Hochschule Bielefeld
University of Applied Sciences and Arts

Fachbereich
Ingenieurwissenschaften
und Mathematik

Aufgabenblatt Funktionen, Proportionalität und Summenzeichen

IuM-Brückenkurs Mathematik

Aufgabe 1. (Wiederholung): Lösen Sie die Gleichung nach R auf

$$i = \frac{U}{R + \frac{R}{n}}$$

Lösung: $R = \frac{n \cdot U}{i(n+1)}$

Aufgabe 2. (Wiederholung): Geben Sie alle Lösungen an.

(a) $2(x+3) = 4x - (2 - (3x - 2))$

(b) $4 \cdot (1 + 2x) = 3 + 2 \cdot (1 + 4x)$

(c) $\frac{x+3}{5} - 4 = 2$

(d) $2x - (6 - (2x + 3)) = 5 - 5x$

(e) $9x + 1 - (2(5 - 3x + (x - 1))) = 6x - 13$

(f) $(3 - x) + (6x - 1) = 5x + 2$

Lösung:

(a) $x = 2$

(b) Keine Lösung

(c) $x = 27$

(d) $x = \frac{8}{9}$

(e) $x = -\frac{6}{7}$

(f) Erfüllt für alle $x \in \mathbb{R}$

Aufgabe 3. Drei Zuleitungen füllen einen Tank in 11,5 Minuten. Wie lange brauchen 5 Zuleitungen?

Lösung: Fünf Zuleitungen brauchen 6 *Minuten und* 54 *Sekunden.*

Aufgabe 4. Für einen Anlagenbau brauchen drei Arbeitskräfte 7 Tage. Wie lange müssten dann vier Arbeitskräfte für den Aufbau brauchen? Dieselbe Anlage soll in drei Tagen fertiggestellt werden: Wie viele Arbeitskräfte bräuchte man?

Lösung: Vier Arbeitskräfte benötigen 5,25 *Tage und für drei Tage wären sieben Arbeitskräfte nötig.*

Aufgabe 5. Ein Schwimmbecken wird von 5 Pumpen in 12 Stunden gefüllt. Wie schnell wird das Schwimmbecken gefüllt, wenn 6 Pumpen eingesetzt werden? Wie viele Pumpen müssen eingesetzt werden um das Becken in 4 Stunden zu füllen?

Lösung: Werden 6 *Pumpen eingesetzt, ist das Becken in* 10 *Stunden gefüllt. Soll das Becken in* 4 *Stunden gefüllt werden, sind* 15 *Pumpen erforderlich.*

Aufgabe 6. Eine Belegschaft von 12 Mitarbeitern hat in 9 Stunden an 7 Tagen 390 Tonnen Ware produziert. Über einen Zeitraum von 21 Tagen soll 2340 Tonnen Ware hergestellt werden. Wie viele Arbeiter werden am Band gebraucht, wenn 8 Stunden am Tag gearbeitet wird?

Lösung: Ein Mitarbeiter schafft in einer Stunde ca. 0,516 t. 27 *Mitarbeiter können in* 21 *Tagen mit je* 8 *Arbeitsstunden, also* 168 *Stunden,* 2340 t *Ware produzieren.*

Aufgabe 7. Person A fährt um 7:15 Uhr mit dem Fahrrad mit 15 $^{km}/_{h}$ los. Person B folgt A auf dem gleichen Weg um 7:35 Uhr mit dem Auto und fährt 45 $^{km}/_{h}$. Angenommen, die Geschwindigkeiten bleiben konstant, wann und nach wie vielen Kilometern begegnen sich die beiden?

Lösung: 20 *Minuten sind eine* $\frac{1}{3}$ *Stunde. Der Ansatz ist* $45t = 15t + \frac{1}{3} \cdot 15$, *also* $t = \frac{1}{6}$ *h. Person B holt A nach* 10 *Minuten und einer Wegstrecke von* 7,5 *km ein.*

Aufgabe 8. Stellen Sie eine passende Funktionsvorschrift auf und skizzieren Sie den Graphen dazu.

(a) Sie haben folgenden Handyvertrag abgeschlossen: Sie zahlen für die ersten 120 Minuten keine Gebühren und danach 15 Cent pro Minute. Die Grundgebühr beträgt 5 Euro. Ab einem Gesamtrechnungsbetrag von 60 Euro werden keine weitere Gebühren erhoben.

(b) Wasserstand in einer Regentonne wird bei schlechtem Wetter 24 Stunden lang beobachtet. Sie stellen die leere Tonne um Mitternacht ins Freie. Der Regen hält bis auf die Zeiträume 8 bis 11 Uhr und 15 bis 20 Uhr an. In der restlichen Zeit füllt sich die Tonne mit 1,5 l/h.

Lösung:

(a) x: Zeit in Minuten, y: Kosten in Euro

$$y = \begin{cases} 5 & 0 \le x < 120 \\ \frac{3}{20}(x - 120) + 5 & 120 \le x \le 486\frac{2}{3} \\ 60 & x > 486\frac{2}{3} \end{cases}$$

(b) x: Zeit in Stunden, y: Volumen in Liter

$$y = \begin{cases} \frac{3}{2}x & 0 \le x < 8 \\ 12 & 8 \le x < 11 \\ \frac{3}{2}(x - 11) + 12 & 11 \le x < 15 \\ 18 & 15 \le x < 20 \\ \frac{3}{2}(x - 20) + 18 & 20 \le x \le 24 \end{cases}$$

Aufgabe 9. Skizzieren Sie die Funktion $f(x)$ und die Verkettungen

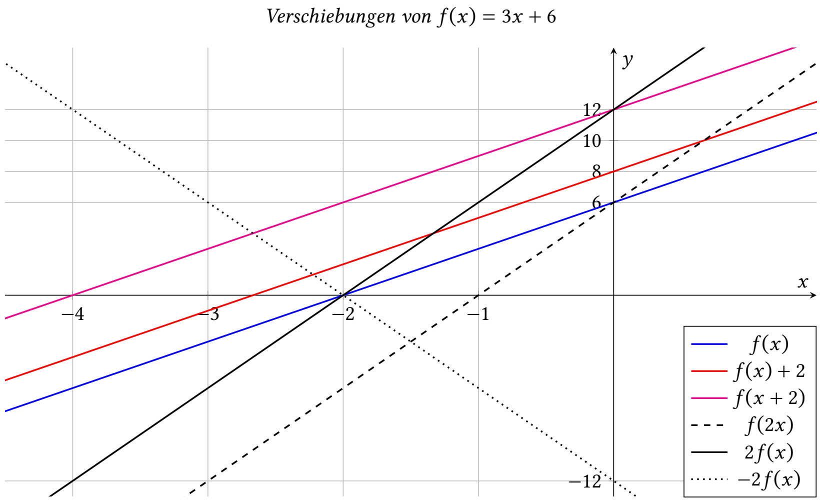
$$f(x) + 2, \quad f(x + 2), \quad f(2x), \quad 2f(x), \quad -2f(x).$$

(a) $f(x) = 3x + 6$

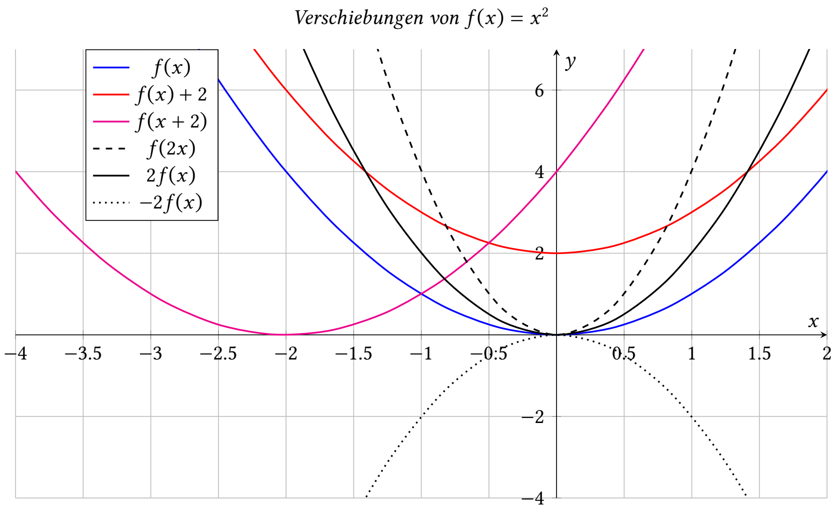
(b) $f(x) = x^2$

Lösung:

(a)



(b)



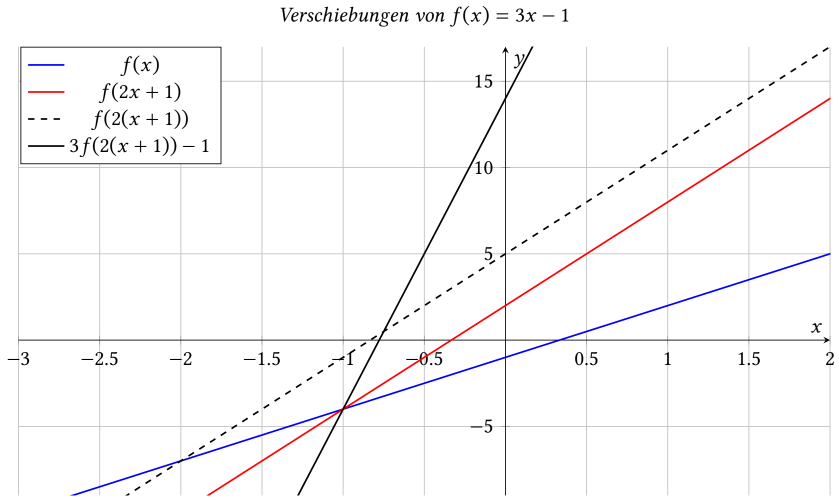
Aufgabe 10. Skizzieren Sie die Funktion $f(x)$ und die Verkettungen $f(2x + 1)$, $f(2(x + 1))$ und $3f(2(x + 1)) - 1$.

(a) $f(x) = 3x - 1$

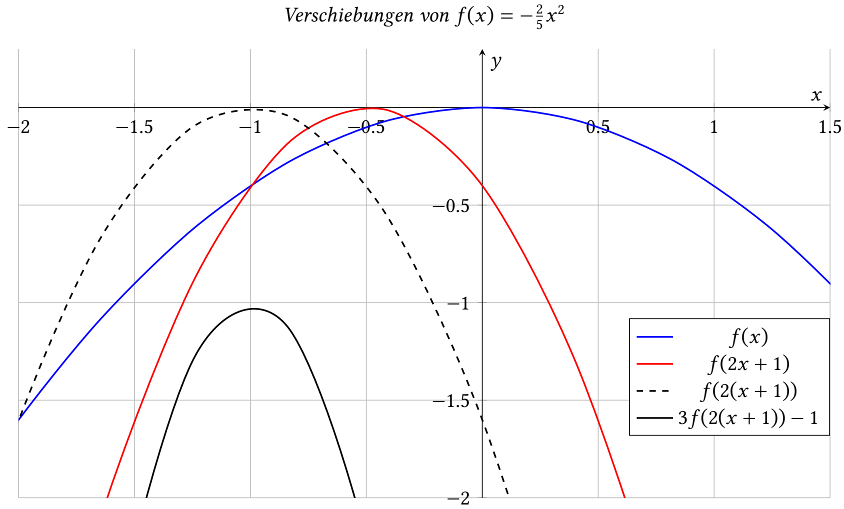
(b) $f(x) = -\frac{2}{5}x^2$

Lösung:

(a)



(b)



Aufgabe 11. Berechnen Sie den Wert der Summe.

(a) $\sum_{k=0}^{5} \frac{k}{2}$

(b) $\sum_{k=-2}^{3} k^2$

(c) $\sum_{k=1}^{8} k$

(d) $\sum_{k=-3}^{-1} \frac{2}{k}$

(e) $\sum_{k=-2}^{0} (4k+7)$

(f) $\sum_{k=0}^{3} ((k+1)^2 - k^2)$

Lösung:

(a) $\frac{15}{2}$

(b) 19

(c) 36

(d) $-\frac{11}{3}$

(e) 9

(f) 16

Aufgabe 12. Stellen Sie die Summe mit dem Summenzeichen da: Füllen Sie die leeren Stellen □ passend aus.

▷ Beispiel:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\cdots+\frac{1}{12}=\sum_{k=1}^{6}\frac{1}{2k}$$

(a) $1+2+3+4+5=\sum_{k=\square}^{\square} k$

(b) $3^2+4^2+5^2+6^2+7^2=\sum_{k=3}^{\square} \square$

(c) $1+4+7+10+13+\cdots+31=\sum_{k=\square}^{\square} \square$

(d) $1+3+5+7+\cdots+89=\sum_{k=\square}^{\square} \square$

Lösung:

(a) $1+2+3+4+5=\sum_{k=1}^{5} k$

(b) $3^2+4^2+5^2+6^2+7^2=\sum_{k=3}^{7} k^2$

(c) $1+4+7+10+13+\cdots+31=\sum_{k=0}^{10} 3k+1$

(d) $1+3+5+7+\cdots+89=\sum_{k=1}^{45} 2k-1$

Absolutbetrag

Aufgabe 13. Wie weit sind die Zahlen a und b auf der Zahlengerade von einander entfernt?

(a) $a=\frac{2}{3}$, $b=\frac{1}{4}$

(b) $a=-\frac{2}{3}$, $b=\frac{1}{4}$

(c) $a=-\frac{2}{3}$, $b=-\frac{5}{2}$

Lösung:

(a) $\frac{5}{12}$

(b) $\frac{11}{12}$

(c) $\frac{11}{6}$

Aufgabe 14. Berechnen Sie die Absolutbeträge.

(a) $|5|$

(b) $|-5|$

(c) $\big|24-|24-69|\big|$

(d) $|1-3|-\big|2-|-6|\big|$

(e) $\left|(-1)^3\cdot(-\frac{4}{3})\right|$

(f) $\left|-\frac{2}{3}+\frac{3}{8}\right|$

(g) $\frac{\big||1-5|+|4-8|\big|}{\big||3-5|-|2-7|\big|}$

Lösung:

(a) 5

(b) 5

(c) 21

(d) -2

(e) $\frac{4}{3}$

(f) $\frac{7}{24}$

(g) $\frac{8}{3}$