

Aufgabenblatt zu linearen Gleichungssystemen & Polynomen

IuM-Brückenkurs Mathematik

Aufgabe 1. (Wiederholung Volumenberechnung). Ein Tank in Kugelform hat einen Innendurchmesser von $d = 12\text{ m}$. Berechnen Sie die Menge in m^3 einer Flüssigkeit, wenn der Tank zu 95 % gefüllt werden darf.

Aufgabe 2. Prüfen Sie, ob p ein Polynom ist oder nicht. Bestimmen Sie ggf. den Grad des Polynoms.

(a) $p(x) = 4x^3 - 3x^2 + 7x - 4$

(d) $p(z) = 7$

(b) $p(x) = x^3 + \sqrt{x-7}$

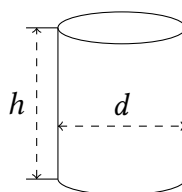
(e) $p(t) = t^2 - t + 1$

(c) $p(s) = (s+3)^2 s^6$

(f) $p(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

Aufgabe 3.

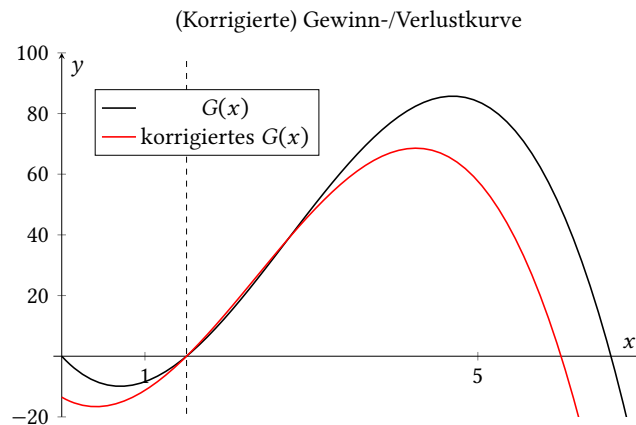
- (a) Die Seiten einer Schachtel sollen so bemessen sein, dass die Breite immer um 3 cm kürzer als die Länge x und die Höhe immer halb so groß wie die Länge ist. Stellen Sie das Volumen für die Schachtel als Funktionsgleichung mit Definitionsbereich auf.
- (b) Eine Serie von Dosen (Zylinder mit kreisrunder Grundfläche) soll eine Höhe h von mindestens 10 cm haben. Der Durchmesser d soll immer um 5 cm kleiner als die Höhe sein. Geben Sie das Volumen als Funktionsgleichung mit Definitionsbereich in Abhängigkeit von d und in Abhängigkeit von h an.



Berechnen Sie das Volumen für die Höhen 10 cm.

Aufgabe 4.

- (a) Für den Verkauf eines bestimmten Produktes betrachtet ein Unternehmen die Gewinnkurve $G(x) = -3x^3 + 24,3x^2 - 29,7x$. In Abhängigkeit der produzierten Stückzahl x in Tausend gibt $G(x)$ den Gewinn in Tausend an. Berechnen Sie die Grenzen der Gewinnzone.



- (b) Wie sich herausstellt, wurden in der Funktionsgleichung von $G(x)$ die Fixkosten in Höhe von 13500 Euro nicht berücksichtigt. Die untere Grenze der Gewinnzone soll unverändert bleiben. Die neue Gewinnfunktion lautet dann $G(x) = -3x^3 + 21x^2 - 15,75x - 13,5$. Bei welcher Stückzahl endet jetzt die Gewinnzone?

Aufgabe 5. Multipliziere aus und vereinfache.

- (a) $8 + x(8 + x(6 + 2x))$
 (b) $-3 + x(6 + x(3 + x(-1 + x(2 + x))))$
 (c) $-4 + x(16 + x(-13 + x(7 + x(-10 + x(3 + x(-2 + x(-2 + 4x))))))$

Aufgabe 6. Finden Sie den Term R in der Gleichung $\frac{x^4+3}{x+3} = x^3 - 3x^2 + 9x - 27 + \frac{R}{x+3}$.

Aufgabe 7. Führen Sie die Polynomdivision durch.

- (a) $(2x^3 + 8x^2 + 2x + 8) : (x + 4)$
 (b) $(2x^3 + 6x^2 + 8x + 8) : (2x + 4)$
 (c) $(x^5 - 3x^3 + 2x^2 + 2x - 2) : (x - 1)$
 (d) $(x^5 + 2x^4 - x^3 + 3x^2 + 6x - 3) : (x^2 + 3)$
 (e) $(x^4 - x^3 - 2x^2 - 2x) : (x^3 - 2x)$
 (f) $(x^7 - 4x^5 + x^2 + x - 2) : (x + 2)$
 (g) $(8x^6 + \frac{14}{3}x^5 + 3x^4 - 2x^3 + 3x^2) : (3x^4 + 4x^3 + 3x^2)$
 (h) $(4x^8 - 2x^7 - 2x^6 + 3x^5 - 10x^4 + 7x^3 - 13x^2 + 16x - 4) : (2x^4 - x^2 + 4x - 4)$

Aufgabe 8. Kind A war vor 3 Jahren doppelt so alt wie Kind B heute. Der Altersunterschied beträgt 8 Jahre. Wie alt sind die beiden?

Aufgabe 9. Bestimmen Sie die Lösungsmenge des Gleichungssystems.

(a)
$$\begin{cases} 3x + y = 8 \\ y = 5 \end{cases}$$

(c)
$$\begin{cases} 2a + 3b = 7 \\ a + b = 6 \end{cases}$$

(b)
$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

(d)
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 = 8 \end{cases}$$

Aufgabe 10. Bestimmen Sie die Lösungsmenge des Gleichungssystems.

(a)
$$\begin{cases} 2x - y + 4z = 5 \\ 5x + 2y - 10z = 7 \\ 12x - 9y - 8z = 11 \end{cases}$$

(b)
$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 1,4 \\ 3x - 2y - z = 1,2 \\ 5x + 4y + 3z = 1,4 \end{cases}$$

(c)
$$\begin{cases} 2x + 3y + 5z = 8 \\ x + y - 3z = 7 \\ 3x - y + z = 2 \end{cases}$$

Aufgabe 11. Finden Sie die Gerade, die durch die zwei Punkt Q_1 , Q_2 verläuft. Finden Sie die Parabel, die durch die drei Punkte P_1 , P_2 und P_3 verläuft.

(a) $Q_1(6|-5), Q_2(-5|6)$

(b) $Q_1(-5|8), Q_2(-3|-2)$

(c) $P_1(-1|13), P_2(5|1)$ und $P_3(9|33)$

(d) $P_1(-10|29), P_2(-5|-6)$ und $P_3(-1|2)$

(e) $P_1(-5|28), P_2(3|-4)$ und $P_3(5|8)$

Aufgabe 12. Geben Sie alle Nullstellen der Funktion f an.

(a) $f(x) = 1$

(b) $f(x) = x$

(c) $f(x) = x^2 - 4$

(d) $f(x) = x^2 - \frac{1}{2}x - 3$

(e) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x$

(f) $f(x) = x^3 - 8$

(g) $f(x) = -2 - x + 2x^2 + x^3$. Eine Nullstelle liegt bei $x = -1$.

(h) $f(x) = x^3 + \frac{3}{4}x^2 - x + \frac{3}{16}$. Eine Nullstelle liegt bei $x = \frac{1}{4}$.